Вариант 1

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)=  B) *φ*(*х*)=  C) *φ*(*х*)=  D)  *φ*(*х*)= 

2. Матрица оператора ортогонального проектирования на плоскость XOZ в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А)   (В)   (С)   (D)  

4. – матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=3 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=3, *k*=1  (D) *m*=2, *k*=2

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 5 равна 2, тогда размерность его ядра равна

A) 4 B) 3 C) 2 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами первый и третий базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 + *e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением 2*х+у–3z*=0?

(А)плоскость  (В)прямая **  (С) плоскость 

(D) плоскость 

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A) B) C) D)

12. *В* – матрица перехода от старого базиса к новому, а *D* – матрица линейного оператора в этом новом базисе . Тогда матрица этого оператора в старом базисе равна

A) *D В D* –1 B) *D –*1*В* *D* C) *В D В*–1 D) *В*–1 *D В*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Число 3 является собственным числом оператора.

(С) Первые два базисных вектора являются собственными векторами оператора.

(D) Второй базисный вектор является собственным вектором оператора.

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 2А обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ*/2 C) *λ +* 2 D) *λ* – 2

15. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 7, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 5? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 5 D) 7

17. Число 3 является собственным числом кратности 3 для оператора А в четырехмерном пространстве. Какое из утверждений о системе линейных уравнений ( *A–3E*)*Х*=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет одно линейно независимое решение

C) имеет три линейно независимых решения D) имеет не более трех линейно независимых решений

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 3.

20. Если собственные вектора самосопряженного оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) ортогональны B) имеют разную длину

C) линейно зависимы D) их сумма тоже является собственным вектором

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов самосопряженного оператора, отвечающих собственным числам 2 и 4. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей оператора изометрии в ортонормированном базисе?

А)  (В) (С)**(D) **

24. Известно, что оператор А – ортогональный. Что верно?

A) Уравнение имеет единственное решение при любом .

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Количество решений уравнения зависит от .

D) При некотором уравнение имеет бесконечно много решений.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 5х2 – 6ху + 3у2

26. Квадратичная форма 10*х*2 +6*ху* + *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 2*х*2 – 4*ху* +8*у*2.

28. Матрица  имеет собственные числа 5 и –1. Тогда уравнение 2*х*2 +6*ху* +2*у*2 +5 =0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 2

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 не является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора дифференцирования на пространстве многочленов степени не выше второй в базисе из функций и 1 (в указанном порядке) равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность ядра линейного оператора в пространстве размерности 8 равна 6, тогда размерность его образа равна

A) 2 B) 4 C) 6 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами третий и четвертый базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 – 2*e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением 2*х+у–z*=0?

(А)плоскость  (В)прямая  (С) прямая  (D) плоскость 

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в старом базисе, *В* – матрица перехода от нового базиса к старому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Этот базис состоит из собственных векторов этого оператора.

(С) Первые два базисных вектора являются собственными векторами оператора.

(D) Число 5 является собственным числом этого оператора.

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора А – 2Е обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ* /2 C) 2*λ* – 2 D) *λ* – 2

15. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 5, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 3? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 4 D) –2

17. Число –1 является собственным числом кратности 1 для оператора А в трехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A+E*) Х=0 верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) размерность пространства решений равна 1

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 2.

20. Собственные числа самосопряженного оператора обязательно

A) имеют модуль 1 B) положительны C) вещественны D) лежат внутри единичной окружности

21. Если А – матрица ортогонального оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов ортогонального оператора, отвечающих различным собственным числам. Какая?

A) B) C)

D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей самосопряженного оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А – самосопряженный. Что верно?

A) Оператор сохраняет длину вектора.

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Существует ортонормированный базис из собственных векторов этого оператора.

D) Оператор не может быть ортогональным.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 3х2 + 4ху + 2у2

26. Квадратичная форма 4*х*2 – 10*ху* + 8*у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму *х*2 +6*ху* –5*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 0 и 5. Тогда уравнение 4*х*2 – 4*ху* + *у*2  – 3 =0

описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару параллельных прямых

29 Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 3

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора ортогонального проектирования на плоскость XOZ в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 4 равна 1, тогда размерность его ядра равна

A) 1 B) 3 C) 4 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если первый базисный вектор заменить на разность первого и второго базисных векторов?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора2*e*1 + *e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением *х+3у–z*=0?

(А)плоскость *х+3у–z*=0 (В)прямая ** (С) прямая  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка последних двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от старого базиса к новому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Существует базис из собственных векторов этого оператора.

(С) Число 2 является собственным для этого оператора.

(D) Второй базисный вектор является собственным вектором оператора.

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 3А обязательно является число

A) *λ* – 3 B) *λ* /3 C) 3*λ* – 2 D) 3*λ*

15. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 7, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 4? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6

17. Число 3 является собственным числом кратности 2 для оператора А в четырехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A –* 3*E*)Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет не более двух линейно независимых решений

C) не имеет решений D) размерность пространства решений равна 3

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 5.

20. Собственные числа оператора изометрии обязательно

A) имеют модуль 1  B) положительны C) лежат внутри единичной окружности

D) вещественны

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов отвечающих собственным числам 1 и 3 (в пространстве размерности 2). Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А – ортогональный. Что верно?

A) Оператор обязательно переводит ортогональные вектора в коллинеарные.

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Ядро оператора состоит из нулевого вектора.

D) При некотором уравнение имеет бесконечно много решений.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 4х2 – 8ху + у2

26. Квадратичная форма –8*х*2 + 2*ху* – *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 3*х*2 + 12*ху* +2*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 3 и 1. Тогда уравнение 2х2 –2ху + 2у2 – 5 =0 описывает

А) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 4

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Оператор А умножает каждый вектор пространства ***R***3 на 2, его матрица в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность ядра линейного оператора в пространстве размерности 3 равна 0, тогда размерность его образа равна

A) 0 B) 2 C) 3 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если второй базисный вектор заменить на разность второго и третьего?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*2 – *e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора поворота вокруг оси OY?

(А)плоскость *XOY* (В)плоскостьXOZ (С) прямая  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первого и третьего базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *В* – матрица перехода от старогtо базиса к новому, а *D* – матрица линейного оператора в этом новом базисе. Тогда матрица этого оператора в старом базисе равна

A) *D В D* –1 B) *D –*1*В* *D* C) *В D В*–1 D) *В*–1 *D В*

13.Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) Вектор  является собственным для этого оператора.

(В) Число –1 является собственным числом оператора.

(С) Последние два базисных вектора являются собственными векторами оператора.

(D) Оператор не диагонализуем.

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора А + 2Е обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ* /2 – 1 C) 2*λ* – 2 D) *λ* + 2

15.Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 4, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 2? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 4 D) 0

17. Число 5 является собственным числом кратности 3 для оператора А в пятимерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A –* 5*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) размерность пространства решений не больше чем 3

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 4.

20. Если собственные вектора самосопряженного оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) могут быть коллинеарны B) имеют разную длину C) ортогональны

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов оператора изометрии, отвечающих различным собственным числам. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А в пространстве размерности *n* – самосопряженный. Что верно?

A) Оператор имеет *n* различных собственных чисел.

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Его ядро и образ образуют прямую сумму.

D) Существует *n* попарно ортогональных собственных векторов этого оператора.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 2х2 – 6ху + 3у2

26. Квадратичная форма *х*2 – 4*ху* +6*у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму *х*2 *–* 8*ху* – *у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 4 и –6. Тогда уравнение –*х*2 +10*ху* –*у*2 – 6=0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару параллельных прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 5

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора ортогонального проектирования на плоскость ХOZ в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 5 равна 1, тогда размерность его ядра равна

A) 1 B) 4 C) 5 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если третий базисный вектор заменить на сумму первого и третьего?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 + 3*e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на прямую, задаваемую уравнением?

(А)плоскость 2*х+у–2z*=0 (В)прямая *х=у=–z* (С) прямая 2*х*=2*у*=*z*  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от нового базиса к старому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) В этом базисе ровно один собственный вектор этого оператора.

(С) В этом базисе ровно два собственных вектора этого оператора.

(D) Число 4 является собственным числом этого оператора..

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 3А обязательно является число

A) 3*λ* B) *λ* /3 C) *λ* – 3 D) 3*λ* – 2

15.Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 6, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 3? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) –1 D) 2

17. Число –4 является собственным числом кратности 1 для оператора А в пятимерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A +* 4*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) размерность пространства решений равна 1

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 5.

20. Собственные числа самосопряженного оператора обязательно

A) вещественны B) положительны C) имеют модуль 1 D) имеют кратность 1

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов самосопряженного оператора, отвечающих собственным числам 1 и 7. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что операторы А и В – самосопряженные. Что верно?

A) Оператор АВ обязательно самосопряженный.

B) Оператор АВАВ обязательно самосопряженный

С) Оператор А + В обязательно самосопряженный.

D) Оператор АВА обязательно самосопряженный.

25. Запишите матрицу квадратичной формы –4х2 –2ху + у2

26. Квадратичная форма *х*2 – 4*ху* + *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 2*х*2  – 4*ху* +2*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 5 и –5. Тогда уравнение 4*х*2 – 4*ху* + *у*2  =0

описывает

A) пару параллельных прямых B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 6

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 не является линейным?

A) A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора дифференцирования на линейной оболочке функций в базисе из этих функций (в указанном порядке) равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=0, *k*=4 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=4, *k*=0

5. Размерность ядра линейного оператора в пространстве размерности 7 равна 3, тогда размерность его образа равна

A) 5 B) 2 C) 4 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами первый и четвертый базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 – *e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора поворота на 60 градусов вокруг оси OZ?

(А)плоскость *Х*OZ (В)прямая ** (С) прямая *х*=*у*=0 (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от старого базиса к новому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) Этот базис состоит из собственных векторов этого оператора.

(В) Число 1 является собственным числом оператора.

(С) В этом базисе ровно один собственный вектор этого оператора.

(D) В этом базисе ровно два собственных вектора этого оператора.

14.Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 8, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 3? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 2А+E обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ* /2 C) 2*λ* +1 D) 2*λ* – 1

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

17. Число 7 является собственным числом кратности 2 для оператора А в трехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A –* 7*E*) Х = 0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) имеет не более двух линейно независимых решений

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 3.

20. Собственные числа оператора изометрии обязательно

A) вещественны B) лежат внутри единичной окружности C) имеют модуль 1 D) положительны

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов ортогонального оператора, отвечающих различным собственным числам. Какая?

A) B) C) D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А в пространстве размерности 5 – самосопряженный. Что верно?

A) Оператор обязательно имеет тривиальное ядро.

B) Существует 5 попарно ортогональных собственных векторов этого оператора.

С) Существует 5 различных собственных чисел этого оператора.

D) Обязательно существует вектор, для которого уравнение имеет бесконечно много решений.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 2х2 – 8ху + 3у2

26. Квадратичная форма –*х*2 – 4*ху* – 20 *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 3*х*2 +6*ху* +*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 3 и 1. Тогда уравнение 2х2 –2ху + 2у2 =0 описывает

А) эллипс B) гиперболу C) параболу D) одну точку

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 7

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 не является линейным?

A) *φ*(*х*)=  B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора, который каждый вектор *х* заменяет на –*х*, в стандартном базисе ***R***3 равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=2, *k*=4 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=4, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 4 равна 1, тогда размерность его ядра равна

A) 4 B) 3 C) 2 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если второй базисный вектор заменить на разность второго и четвертого?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора 2*e*1 + *e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением *х+у–z*=0?

(А)плоскость *х+у–z*=0 (В)прямая **  (С) прямая 2*х*=2*у*=*z*  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка третьего базисного вектора (D) линейная оболочка второго и третьего базисных векторов

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *В* – матрица перехода от старого базиса к новому, а *D* – матрица линейного оператора в этом новом базисе . Тогда матрица этого оператора в старом базисе равна

A) *D В D* –1 B) *D –*1*В* *D* C) *В D В*–1 D) *В*–1 *D В*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Число 6 является собственным числом оператора.

(С) Первые два базисных вектора являются собственными векторами оператора.

(D) Третий базисный вектор является собственным вектором оператора.

14. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 7, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 4? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 5А обязательно является число

A) 5*λ* B) 5*λ* – 5 C) *λ* + 3 D) *λ* /5

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) –1 B) 1 C) 2 D) 4

17. Число –2 является собственным числом кратности 1 для оператора А в пятимерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A +* 2*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) размерность пространства решений равна 1

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 2.

20. Если собственные вектора самосопряженного оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) имеют разную длину B) ортогональны C) входят в любой базис пространства

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов самосопряженного оператора, отвечающих собственным числам 2 и 4. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А – ортогональный. Что верно?

A) Уравнение имеет единственное решение при любом .

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Количество решений уравнения зависит от .

D) При некотором уравнение имеет бесконечно много решений.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 2х2 –2ху + 2у2

26. Квадратичная форма 2*х*2 – 4*ху* + 6*у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к сумме квадратов с помощью метода Лагранжа квадратичную форму *х*2 + 8*ху* –*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 6 и 4. Тогда уравнение 5*х*2  – 2*ху* + 5*у*2 – 5 =0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 8

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 не является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора дифференцирования на линейной оболочке функций в базисе из этих функций (в указанном порядке) равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность ядра линейного оператора в пространстве размерности 6 равна 2, тогда размерность его образа равна

A) 2 B) 3 C) 4 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами третий и второй базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора 3*e*1 + *e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на прямую с уравнением ?

(А)плоскость *х –у –z* =0 (В)плоскость 2*х+ у – 3z=* 0 (С) прямая 2*х* = *у* = 3*z*  (D) прямая *х = у = –z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от нового базиса к старому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Число 2 является собственным числом оператора.

(С) В этом базисе ровно один собственный вектор данного оператора.

(D) Этот оператор диагонализуем..

14. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 4, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 2? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 2А +E обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ*/2 C) 2*λ +* 1 D) *λ* + 2

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) –1 B) 2 C) 4 D) 8

17. Число 0 является собственным числом кратности 2 для оператора А в трехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений *A*Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) размерность пространства решений не больше чем 2 D) не имеет решений

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 5.

20. Собственные числа самосопряженного оператора обязательно

A) вещественны B) положительны C) имеют модуль 1 D) различны

21. Если А – матрица ортогонального оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов оператора изометрии, отвечающих различным собственным числам. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Известно, что оператор А в пространстве размерности 3 – самосопряженный. Что обязательно верно?

A) Уравнение имеет единственное решение при любом .

B) Все собственные числа оператора А различны.

С) Существует ортогональный базис из собственных векторов.

D) Оператор имеет нетривиальное ядро.

24. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

25. Запишите матрицу квадратичной формы 4*х*2 – 4*ху* + *у*2

26. Квадратичная форма –3*х*2 – 4*ху* – 8 *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 2*х*2 – 4*ху* +*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 0 и 5. Тогда уравнение 4*х*2 – 4*ху* + *у*2 – 2х =0

описывает

A) прямую B) гиперболу C) параболу D) эллипс

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В)

Вариант 9

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора ортогонального проектирования на плоскость XOZ в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б)Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=2, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 4 равна 3, тогда размерность его ядра равна

A) 1 B) 2 C) 3 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если к шестому базисному вектору прибавить четвертый?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 + *e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением *х+у–z*=0?

(А)плоскость *х+у–z*=0 (В)прямая *х=у=–z* (С) прямая 2*х*=2*у*=*z*  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от старого базиса к новому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Число 1 является корнем характеристического многочлена этого оператора.

(С) Число 2 является собственным для этого оператора.

(D) Этот базис состоит из собственных векторов оператора.

14. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 6, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 2? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора А +3E обязательно является число

A) 3 B) *λ*/3 C) *λ +* 3 D) 3*λ*

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) –1 C) 2 D) –3

17. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

18. Число –2 является собственным числом кратности 2 для оператора А в пятимерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A +* 2*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) размерность пространства решений не больше чем 2

C) не имеет решений D) имеет два линейно независимых решения

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 4.

20. Если собственные вектора ортогонального оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) могут быть коллинеарны В) имеют разную длину C) линейно зависимы D) ортогональны

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов ортогонального оператора, отвечающих собственным числам. Какая?

A)B)C)

D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей самосопряженного оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А в четырехмерном пространстве – самосопряженный. Что верно?

A) Оператор переводит ортогональные вектора в ортогональные.

B) Оператор может иметь 3 различных собственных числа.

С) Существует 4 попарно ортогональных собственных вектора этого оператора.

D) Если , то обязательно .

25. Запишите матрицу квадратичной формы 3х2 – 8ху + 12у2

26. Квадратичная форма –*х*2 – 4*ху* +6 *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 2*х*2 *–* 6*ху* – 2*у*2

28. Матрица имеет собственные числа 5 и –5. Тогда уравнение 4*х*2 +6*ху* –4*у*2 – 6=0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару параллельных прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 10

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)=  B) *φ*(*х*)=  C) *φ*(*х*)=  D)  *φ*(*х*)= 

2. Матрица оператора дифференцирования на пространстве многочленов степени не выше второй в базисе из функций и 1 (в указанном порядке) равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б)Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 5 равна 1, тогда размерность его ядра равна

A) 1 B) 4 C) 5 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами первый и четвертый базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 – 2*e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением *х–у–z*=0?

(А)плоскость *х–у–z*=0 (В)прямая **  (С) прямая *х*=2*у*=2*z*  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

11.  – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от нового базиса к старому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) В этом базисе ровно два собственных вектора данного оператора.

(С) Число 3 является собственным для этого оператора.

(D) Второй базисный вектор является собственным вектором оператора.

14. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 5, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 2? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 3А+2E обязательно является число

A) 2 B) *3* C) *λ +* 2 D) 3*λ* + 2

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) –1 D) 2

17. Число 7 является собственным числом кратности 2 для оператора А в трехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A –* 7*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) имеет не более двух линейно независимых решений

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 3.

20. Если собственные вектора самосопряженного оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) ортогональны B) имеют разную длину

C) линейно зависимы D) их сумма тоже является собственным вектором

21. Если А – матрица ортогонального оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов отвечающих собственным числам 2 и 5 самосопряженного оператора. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А – ортогональный. Что верно?

A) Если вектора  и имеют равные длины, то и вектора  и имеют равные длины.

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Ядро оператора состоит из нулевого вектора.

D) При некотором уравнение имеет бесконечно много решений

25. Запишите матрицу квадратичной формы 2х2 – 6ху + 3у2

26. Квадратичная форма *х*2 – 4*ху* + 8*у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 3*х*2 +6*ху* +*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 4 и –6. Тогда уравнение 3*х*2 +6*ху* –5*у*2 =0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 11

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)=  B) *φ*(*х*)=  C) *φ*(*х*)=  D)  *φ*(*х*)= 

2. Матрица оператора ортогонального проектирования на плоскость XOZ в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А)   (В)   (С)   (D)  

4. – матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=3 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=3, *k*=1  (D) *m*=2, *k*=2

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 5 равна 2, тогда размерность его ядра равна

A) 4 B) 3 C) 2 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами первый и третий базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 + *e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением 2*х+у–3z*=0?

(А)плоскость  (В)прямая **  (С) плоскость 

(D) плоскость 

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A) B) C) D)

12. *В* – матрица перехода от старого базиса к новому, а *D* – матрица линейного оператора в этом новом базисе . Тогда матрица этого оператора в старом базисе равна

A) *D В D* –1 B) *D –*1*В* *D* C) *В D В*–1 D) *В*–1 *D В*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Число 3 является собственным числом оператора.

(С) Первые два базисных вектора являются собственными векторами оператора.

(D) Второй базисный вектор является собственным вектором оператора.

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 2А обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ*/2 C) *λ +* 2 D) *λ* – 2

15. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 7, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 5? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 5 D) 7

17. Число 3 является собственным числом кратности 3 для оператора А в четырехмерном пространстве. Какое из утверждений о системе линейных уравнений ( *A–3E*)*Х*=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет одно линейно независимое решение

C) имеет три линейно независимых решения D) имеет не более трех линейно независимых решений

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 3.

20. Если собственные вектора самосопряженного оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) ортогональны B) имеют разную длину

C) линейно зависимы D) их сумма тоже является собственным вектором

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов самосопряженного оператора, отвечающих собственным числам 2 и 4. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей оператора изометрии в ортонормированном базисе?

А)  (В) (С)**(D) **

24. Известно, что оператор А – ортогональный. Что верно?

A) Уравнение имеет единственное решение при любом .

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Количество решений уравнения зависит от .

D) При некотором уравнение имеет бесконечно много решений.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 5х2 – 6ху + 3у2

26. Квадратичная форма 10*х*2 +6*ху* + *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 2*х*2 – 4*ху* +8*у*2.

28. Матрица  имеет собственные числа 5 и –1. Тогда уравнение 2*х*2 +6*ху* +2*у*2 +5 =0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 12

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 не является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора дифференцирования на пространстве многочленов степени не выше второй в базисе из функций и 1 (в указанном порядке) равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность ядра линейного оператора в пространстве размерности 8 равна 6, тогда размерность его образа равна

A) 2 B) 4 C) 6 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами третий и четвертый базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 – 2*e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением 2*х+у–z*=0?

(А)плоскость  (В)прямая  (С) прямая  (D) плоскость 

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в старом базисе, *В* – матрица перехода от нового базиса к старому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Этот базис состоит из собственных векторов этого оператора.

(С) Первые два базисных вектора являются собственными векторами оператора.

(D) Число 5 является собственным числом этого оператора.

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора А – 2Е обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ* /2 C) 2*λ* – 2 D) *λ* – 2

15. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 5, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 3? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 4 D) –2

17. Число –1 является собственным числом кратности 1 для оператора А в трехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A+E*) Х=0 верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) размерность пространства решений равна 1

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 2.

20. Собственные числа самосопряженного оператора обязательно

A) имеют модуль 1 B) положительны C) вещественны D) лежат внутри единичной окружности

21. Если А – матрица ортогонального оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов ортогонального оператора, отвечающих различным собственным числам. Какая?

A) B) C)

D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей самосопряженного оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А – самосопряженный. Что верно?

A) Оператор сохраняет длину вектора.

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Существует ортонормированный базис из собственных векторов этого оператора.

D) Оператор не может быть ортогональным.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 3х2 + 4ху + 2у2

26. Квадратичная форма 4*х*2 – 10*ху* + 8*у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму *х*2 +6*ху* –5*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 0 и 5. Тогда уравнение 4*х*2 – 4*ху* + *у*2  – 3 =0

описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару параллельных прямых

29 Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 13

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора ортогонального проектирования на плоскость XOZ в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 4 равна 1, тогда размерность его ядра равна

A) 1 B) 3 C) 4 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если первый базисный вектор заменить на разность первого и второго базисных векторов?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора2*e*1 + *e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением *х+3у–z*=0?

(А)плоскость *х+3у–z*=0 (В)прямая ** (С) прямая  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка последних двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от старого базиса к новому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Существует базис из собственных векторов этого оператора.

(С) Число 2 является собственным для этого оператора.

(D) Второй базисный вектор является собственным вектором оператора.

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 3А обязательно является число

A) *λ* – 3 B) *λ* /3 C) 3*λ* – 2 D) 3*λ*

15. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 7, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 4? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6

17. Число 3 является собственным числом кратности 2 для оператора А в четырехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A –* 3*E*)Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет не более двух линейно независимых решений

C) не имеет решений D) размерность пространства решений равна 3

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 5.

20. Собственные числа оператора изометрии обязательно

A) имеют модуль 1  B) положительны C) лежат внутри единичной окружности

D) вещественны

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов отвечающих собственным числам 1 и 3 (в пространстве размерности 2). Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А – ортогональный. Что верно?

A) Оператор обязательно переводит ортогональные вектора в коллинеарные.

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Ядро оператора состоит из нулевого вектора.

D) При некотором уравнение имеет бесконечно много решений.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 4х2 – 8ху + у2

26. Квадратичная форма –8*х*2 + 2*ху* – *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 3*х*2 + 12*ху* +2*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 3 и 1. Тогда уравнение 2х2 –2ху + 2у2 – 5 =0 описывает

А) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 14

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Оператор А умножает каждый вектор пространства ***R***3 на 2, его матрица в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность ядра линейного оператора в пространстве размерности 3 равна 0, тогда размерность его образа равна

A) 0 B) 2 C) 3 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если второй базисный вектор заменить на разность второго и третьего?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*2 – *e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора поворота вокруг оси OY?

(А)плоскость *XOY* (В)плоскостьXOZ (С) прямая  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первого и третьего базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *В* – матрица перехода от старогtо базиса к новому, а *D* – матрица линейного оператора в этом новом базисе. Тогда матрица этого оператора в старом базисе равна

A) *D В D* –1 B) *D –*1*В* *D* C) *В D В*–1 D) *В*–1 *D В*

13.Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) Вектор  является собственным для этого оператора.

(В) Число –1 является собственным числом оператора.

(С) Последние два базисных вектора являются собственными векторами оператора.

(D) Оператор не диагонализуем.

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора А + 2Е обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ* /2 – 1 C) 2*λ* – 2 D) *λ* + 2

15.Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 4, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 2? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 4 D) 0

17. Число 5 является собственным числом кратности 3 для оператора А в пятимерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A –* 5*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) размерность пространства решений не больше чем 3

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 4.

20. Если собственные вектора самосопряженного оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) могут быть коллинеарны B) имеют разную длину C) ортогональны

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов оператора изометрии, отвечающих различным собственным числам. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А в пространстве размерности *n* – самосопряженный. Что верно?

A) Оператор имеет *n* различных собственных чисел.

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Его ядро и образ образуют прямую сумму.

D) Существует *n* попарно ортогональных собственных векторов этого оператора.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 2х2 – 6ху + 3у2

26. Квадратичная форма *х*2 – 4*ху* +6*у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму *х*2 *–* 8*ху* – *у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 4 и –6. Тогда уравнение –*х*2 +10*ху* –*у*2 – 6=0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару параллельных прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 15

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора ортогонального проектирования на плоскость ХOZ в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 5 равна 1, тогда размерность его ядра равна

A) 1 B) 4 C) 5 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если третий базисный вектор заменить на сумму первого и третьего?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 + 3*e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на прямую, задаваемую уравнением?

(А)плоскость 2*х+у–2z*=0 (В)прямая *х=у=–z* (С) прямая 2*х*=2*у*=*z*  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от нового базиса к старому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) В этом базисе ровно один собственный вектор этого оператора.

(С) В этом базисе ровно два собственных вектора этого оператора.

(D) Число 4 является собственным числом этого оператора..

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 3А обязательно является число

A) 3*λ* B) *λ* /3 C) *λ* – 3 D) 3*λ* – 2

15.Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 6, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 3? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) –1 D) 2

17. Число –4 является собственным числом кратности 1 для оператора А в пятимерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A +* 4*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) размерность пространства решений равна 1

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 5.

20. Собственные числа самосопряженного оператора обязательно

A) вещественны B) положительны C) имеют модуль 1 D) имеют кратность 1

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов самосопряженного оператора, отвечающих собственным числам 1 и 7. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что операторы А и В – самосопряженные. Что верно?

A) Оператор АВ обязательно самосопряженный.

B) Оператор АВАВ обязательно самосопряженный

С) Оператор А + В обязательно самосопряженный.

D) Оператор АВА обязательно самосопряженный.

25. Запишите матрицу квадратичной формы –4х2 –2ху + у2

26. Квадратичная форма *х*2 – 4*ху* + *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 2*х*2  – 4*ху* +2*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 5 и –5. Тогда уравнение 4*х*2 – 4*ху* + *у*2  =0

описывает

A) пару параллельных прямых B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 16

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 не является линейным?

A) A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора дифференцирования на линейной оболочке функций в базисе из этих функций (в указанном порядке) равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=0, *k*=4 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=4, *k*=0

5. Размерность ядра линейного оператора в пространстве размерности 7 равна 3, тогда размерность его образа равна

A) 5 B) 2 C) 4 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами первый и четвертый базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 – *e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора поворота на 60 градусов вокруг оси OZ?

(А)плоскость *Х*OZ (В)прямая ** (С) прямая *х*=*у*=0 (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от старого базиса к новому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) Этот базис состоит из собственных векторов этого оператора.

(В) Число 1 является собственным числом оператора.

(С) В этом базисе ровно один собственный вектор этого оператора.

(D) В этом базисе ровно два собственных вектора этого оператора.

14.Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 8, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 3? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 2А+E обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ* /2 C) 2*λ* +1 D) 2*λ* – 1

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

17. Число 7 является собственным числом кратности 2 для оператора А в трехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A –* 7*E*) Х = 0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) имеет не более двух линейно независимых решений

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 3.

20. Собственные числа оператора изометрии обязательно

A) вещественны B) лежат внутри единичной окружности C) имеют модуль 1 D) положительны

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов ортогонального оператора, отвечающих различным собственным числам. Какая?

A) B) C) D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А в пространстве размерности 5 – самосопряженный. Что верно?

A) Оператор обязательно имеет тривиальное ядро.

B) Существует 5 попарно ортогональных собственных векторов этого оператора.

С) Существует 5 различных собственных чисел этого оператора.

D) Обязательно существует вектор, для которого уравнение имеет бесконечно много решений.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 2х2 – 8ху + 3у2

26. Квадратичная форма –*х*2 – 4*ху* – 20 *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 3*х*2 +6*ху* +*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 3 и 1. Тогда уравнение 2х2 –2ху + 2у2 =0 описывает

А) эллипс B) гиперболу C) параболу D) одну точку

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 17

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 не является линейным?

A) *φ*(*х*)=  B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора, который каждый вектор *х* заменяет на –*х*, в стандартном базисе ***R***3 равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=2, *k*=4 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=4, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 4 равна 1, тогда размерность его ядра равна

A) 4 B) 3 C) 2 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если второй базисный вектор заменить на разность второго и четвертого?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора 2*e*1 + *e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением *х+у–z*=0?

(А)плоскость *х+у–z*=0 (В)прямая **  (С) прямая 2*х*=2*у*=*z*  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка третьего базисного вектора (D) линейная оболочка второго и третьего базисных векторов

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *В* – матрица перехода от старого базиса к новому, а *D* – матрица линейного оператора в этом новом базисе . Тогда матрица этого оператора в старом базисе равна

A) *D В D* –1 B) *D –*1*В* *D* C) *В D В*–1 D) *В*–1 *D В*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Число 6 является собственным числом оператора.

(С) Первые два базисных вектора являются собственными векторами оператора.

(D) Третий базисный вектор является собственным вектором оператора.

14. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 7, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 4? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 5А обязательно является число

A) 5*λ* B) 5*λ* – 5 C) *λ* + 3 D) *λ* /5

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) –1 B) 1 C) 2 D) 4

17. Число –2 является собственным числом кратности 1 для оператора А в пятимерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A +* 2*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) размерность пространства решений равна 1

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 2.

20. Если собственные вектора самосопряженного оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) имеют разную длину B) ортогональны C) входят в любой базис пространства

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов самосопряженного оператора, отвечающих собственным числам 2 и 4. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А – ортогональный. Что верно?

A) Уравнение имеет единственное решение при любом .

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Количество решений уравнения зависит от .

D) При некотором уравнение имеет бесконечно много решений.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 2х2 –2ху + 2у2

26. Квадратичная форма 2*х*2 – 4*ху* + 6*у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к сумме квадратов с помощью метода Лагранжа квадратичную форму *х*2 + 8*ху* –*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 6 и 4. Тогда уравнение 5*х*2  – 2*ху* + 5*у*2 – 5 =0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 18

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 не является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора дифференцирования на линейной оболочке функций в базисе из этих функций (в указанном порядке) равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность ядра линейного оператора в пространстве размерности 6 равна 2, тогда размерность его образа равна

A) 2 B) 3 C) 4 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами третий и второй базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора 3*e*1 + *e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на прямую с уравнением ?

(А)плоскость *х –у –z* =0 (В)плоскость 2*х+ у – 3z=* 0 (С) прямая 2*х* = *у* = 3*z*  (D) прямая *х = у = –z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от нового базиса к старому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Число 2 является собственным числом оператора.

(С) В этом базисе ровно один собственный вектор данного оператора.

(D) Этот оператор диагонализуем..

14. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 4, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 2? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 2А +E обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ*/2 C) 2*λ +* 1 D) *λ* + 2

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) –1 B) 2 C) 4 D) 8

17. Число 0 является собственным числом кратности 2 для оператора А в трехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений *A*Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) размерность пространства решений не больше чем 2 D) не имеет решений

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 5.

20. Собственные числа самосопряженного оператора обязательно

A) вещественны B) положительны C) имеют модуль 1 D) различны

21. Если А – матрица ортогонального оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов оператора изометрии, отвечающих различным собственным числам. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Известно, что оператор А в пространстве размерности 3 – самосопряженный. Что обязательно верно?

A) Уравнение имеет единственное решение при любом .

B) Все собственные числа оператора А различны.

С) Существует ортогональный базис из собственных векторов.

D) Оператор имеет нетривиальное ядро.

24. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

25. Запишите матрицу квадратичной формы 4*х*2 – 4*ху* + *у*2

26. Квадратичная форма –3*х*2 – 4*ху* – 8 *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 2*х*2 – 4*ху* +*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 0 и 5. Тогда уравнение 4*х*2 – 4*ху* + *у*2 – 2х =0

описывает

A) прямую B) гиперболу C) параболу D) эллипс

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В)

Вариант 19

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора ортогонального проектирования на плоскость XOZ в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б)Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=2, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 4 равна 3, тогда размерность его ядра равна

A) 1 B) 2 C) 3 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если к шестому базисному вектору прибавить четвертый?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 + *e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением *х+у–z*=0?

(А)плоскость *х+у–z*=0 (В)прямая *х=у=–z* (С) прямая 2*х*=2*у*=*z*  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от старого базиса к новому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Число 1 является корнем характеристического многочлена этого оператора.

(С) Число 2 является собственным для этого оператора.

(D) Этот базис состоит из собственных векторов оператора.

14. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 6, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 2? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора А +3E обязательно является число

A) 3 B) *λ*/3 C) *λ +* 3 D) 3*λ*

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) –1 C) 2 D) –3

17. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

18. Число –2 является собственным числом кратности 2 для оператора А в пятимерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A +* 2*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) размерность пространства решений не больше чем 2

C) не имеет решений D) имеет два линейно независимых решения

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 4.

20. Если собственные вектора ортогонального оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) могут быть коллинеарны В) имеют разную длину C) линейно зависимы D) ортогональны

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов ортогонального оператора, отвечающих собственным числам. Какая?

A)B)C)

D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей самосопряженного оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А в четырехмерном пространстве – самосопряженный. Что верно?

A) Оператор переводит ортогональные вектора в ортогональные.

B) Оператор может иметь 3 различных собственных числа.

С) Существует 4 попарно ортогональных собственных вектора этого оператора.

D) Если , то обязательно .

25. Запишите матрицу квадратичной формы 3х2 – 8ху + 12у2

26. Квадратичная форма –*х*2 – 4*ху* +6 *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 2*х*2 *–* 6*ху* – 2*у*2

28. Матрица имеет собственные числа 5 и –5. Тогда уравнение 4*х*2 +6*ху* –4*у*2 – 6=0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару параллельных прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 20

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)=  B) *φ*(*х*)=  C) *φ*(*х*)=  D)  *φ*(*х*)= 

2. Матрица оператора дифференцирования на пространстве многочленов степени не выше второй в базисе из функций и 1 (в указанном порядке) равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б)Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 5 равна 1, тогда размерность его ядра равна

A) 1 B) 4 C) 5 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами первый и четвертый базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 – 2*e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением *х–у–z*=0?

(А)плоскость *х–у–z*=0 (В)прямая **  (С) прямая *х*=2*у*=2*z*  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

11.  – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от нового базиса к старому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) В этом базисе ровно два собственных вектора данного оператора.

(С) Число 3 является собственным для этого оператора.

(D) Второй базисный вектор является собственным вектором оператора.

14. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 5, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 2? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 3А+2E обязательно является число

A) 2 B) *3* C) *λ +* 2 D) 3*λ* + 2

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) –1 D) 2

17. Число 7 является собственным числом кратности 2 для оператора А в трехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A –* 7*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) имеет не более двух линейно независимых решений

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 3.

20. Если собственные вектора самосопряженного оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) ортогональны B) имеют разную длину

C) линейно зависимы D) их сумма тоже является собственным вектором

21. Если А – матрица ортогонального оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов отвечающих собственным числам 2 и 5 самосопряженного оператора. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А – ортогональный. Что верно?

A) Если вектора  и имеют равные длины, то и вектора  и имеют равные длины.

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Ядро оператора состоит из нулевого вектора.

D) При некотором уравнение имеет бесконечно много решений

25. Запишите матрицу квадратичной формы 2х2 – 6ху + 3у2

26. Квадратичная форма *х*2 – 4*ху* + 8*у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 3*х*2 +6*ху* +*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 4 и –6. Тогда уравнение 3*х*2 +6*ху* –5*у*2 =0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 21

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)=  B) *φ*(*х*)=  C) *φ*(*х*)=  D)  *φ*(*х*)= 

2. Матрица оператора ортогонального проектирования на плоскость XOZ в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А)   (В)   (С)   (D)  

4. – матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=3 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=3, *k*=1  (D) *m*=2, *k*=2

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 5 равна 2, тогда размерность его ядра равна

A) 4 B) 3 C) 2 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами первый и третий базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 + *e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением 2*х+у–3z*=0?

(А)плоскость  (В)прямая **  (С) плоскость 

(D) плоскость 

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A) B) C) D)

12. *В* – матрица перехода от старого базиса к новому, а *D* – матрица линейного оператора в этом новом базисе . Тогда матрица этого оператора в старом базисе равна

A) *D В D* –1 B) *D –*1*В* *D* C) *В D В*–1 D) *В*–1 *D В*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Число 3 является собственным числом оператора.

(С) Первые два базисных вектора являются собственными векторами оператора.

(D) Второй базисный вектор является собственным вектором оператора.

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 2А обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ*/2 C) *λ +* 2 D) *λ* – 2

15. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 7, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 5? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 5 D) 7

17. Число 3 является собственным числом кратности 3 для оператора А в четырехмерном пространстве. Какое из утверждений о системе линейных уравнений ( *A–3E*)*Х*=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет одно линейно независимое решение

C) имеет три линейно независимых решения D) имеет не более трех линейно независимых решений

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 3.

20. Если собственные вектора самосопряженного оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) ортогональны B) имеют разную длину

C) линейно зависимы D) их сумма тоже является собственным вектором

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов самосопряженного оператора, отвечающих собственным числам 2 и 4. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей оператора изометрии в ортонормированном базисе?

А)  (В) (С)**(D) **

24. Известно, что оператор А – ортогональный. Что верно?

A) Уравнение имеет единственное решение при любом .

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Количество решений уравнения зависит от .

D) При некотором уравнение имеет бесконечно много решений.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 5х2 – 6ху + 3у2

26. Квадратичная форма 10*х*2 +6*ху* + *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 2*х*2 – 4*ху* +8*у*2.

28. Матрица  имеет собственные числа 5 и –1. Тогда уравнение 2*х*2 +6*ху* +2*у*2 +5 =0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 22

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 не является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора дифференцирования на пространстве многочленов степени не выше второй в базисе из функций и 1 (в указанном порядке) равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность ядра линейного оператора в пространстве размерности 8 равна 6, тогда размерность его образа равна

A) 2 B) 4 C) 6 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами третий и четвертый базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 – 2*e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением 2*х+у–z*=0?

(А)плоскость  (В)прямая  (С) прямая  (D) плоскость 

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в старом базисе, *В* – матрица перехода от нового базиса к старому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Этот базис состоит из собственных векторов этого оператора.

(С) Первые два базисных вектора являются собственными векторами оператора.

(D) Число 5 является собственным числом этого оператора.

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора А – 2Е обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ* /2 C) 2*λ* – 2 D) *λ* – 2

15. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 5, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 3? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 4 D) –2

17. Число –1 является собственным числом кратности 1 для оператора А в трехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A+E*) Х=0 верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) размерность пространства решений равна 1

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 2.

20. Собственные числа самосопряженного оператора обязательно

A) имеют модуль 1 B) положительны C) вещественны D) лежат внутри единичной окружности

21. Если А – матрица ортогонального оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов ортогонального оператора, отвечающих различным собственным числам. Какая?

A) B) C)

D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей самосопряженного оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А – самосопряженный. Что верно?

A) Оператор сохраняет длину вектора.

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Существует ортонормированный базис из собственных векторов этого оператора.

D) Оператор не может быть ортогональным.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 3х2 + 4ху + 2у2

26. Квадратичная форма 4*х*2 – 10*ху* + 8*у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму *х*2 +6*ху* –5*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 0 и 5. Тогда уравнение 4*х*2 – 4*ху* + *у*2  – 3 =0

описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару параллельных прямых

29 Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 23

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора ортогонального проектирования на плоскость XOZ в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 4 равна 1, тогда размерность его ядра равна

A) 1 B) 3 C) 4 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если первый базисный вектор заменить на разность первого и второго базисных векторов?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора2*e*1 + *e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением *х+3у–z*=0?

(А)плоскость *х+3у–z*=0 (В)прямая ** (С) прямая  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка последних двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от старого базиса к новому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Существует базис из собственных векторов этого оператора.

(С) Число 2 является собственным для этого оператора.

(D) Второй базисный вектор является собственным вектором оператора.

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 3А обязательно является число

A) *λ* – 3 B) *λ* /3 C) 3*λ* – 2 D) 3*λ*

15. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 7, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 4? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6

17. Число 3 является собственным числом кратности 2 для оператора А в четырехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A –* 3*E*)Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет не более двух линейно независимых решений

C) не имеет решений D) размерность пространства решений равна 3

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 5.

20. Собственные числа оператора изометрии обязательно

A) имеют модуль 1  B) положительны C) лежат внутри единичной окружности

D) вещественны

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов отвечающих собственным числам 1 и 3 (в пространстве размерности 2). Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А – ортогональный. Что верно?

A) Оператор обязательно переводит ортогональные вектора в коллинеарные.

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Ядро оператора состоит из нулевого вектора.

D) При некотором уравнение имеет бесконечно много решений.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 4х2 – 8ху + у2

26. Квадратичная форма –8*х*2 + 2*ху* – *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 3*х*2 + 12*ху* +2*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 3 и 1. Тогда уравнение 2х2 –2ху + 2у2 – 5 =0 описывает

А) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 24

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Оператор А умножает каждый вектор пространства ***R***3 на 2, его матрица в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность ядра линейного оператора в пространстве размерности 3 равна 0, тогда размерность его образа равна

A) 0 B) 2 C) 3 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если второй базисный вектор заменить на разность второго и третьего?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*2 – *e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора поворота вокруг оси OY?

(А)плоскость *XOY* (В)плоскостьXOZ (С) прямая  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первого и третьего базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *В* – матрица перехода от старогtо базиса к новому, а *D* – матрица линейного оператора в этом новом базисе. Тогда матрица этого оператора в старом базисе равна

A) *D В D* –1 B) *D –*1*В* *D* C) *В D В*–1 D) *В*–1 *D В*

13.Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) Вектор  является собственным для этого оператора.

(В) Число –1 является собственным числом оператора.

(С) Последние два базисных вектора являются собственными векторами оператора.

(D) Оператор не диагонализуем.

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора А + 2Е обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ* /2 – 1 C) 2*λ* – 2 D) *λ* + 2

15.Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 4, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 2? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 4 D) 0

17. Число 5 является собственным числом кратности 3 для оператора А в пятимерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A –* 5*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) размерность пространства решений не больше чем 3

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 4.

20. Если собственные вектора самосопряженного оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) могут быть коллинеарны B) имеют разную длину C) ортогональны

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов оператора изометрии, отвечающих различным собственным числам. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А в пространстве размерности *n* – самосопряженный. Что верно?

A) Оператор имеет *n* различных собственных чисел.

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Его ядро и образ образуют прямую сумму.

D) Существует *n* попарно ортогональных собственных векторов этого оператора.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 2х2 – 6ху + 3у2

26. Квадратичная форма *х*2 – 4*ху* +6*у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму *х*2 *–* 8*ху* – *у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 4 и –6. Тогда уравнение –*х*2 +10*ху* –*у*2 – 6=0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару параллельных прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 25

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора ортогонального проектирования на плоскость ХOZ в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 5 равна 1, тогда размерность его ядра равна

A) 1 B) 4 C) 5 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если третий базисный вектор заменить на сумму первого и третьего?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 + 3*e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на прямую, задаваемую уравнением?

(А)плоскость 2*х+у–2z*=0 (В)прямая *х=у=–z* (С) прямая 2*х*=2*у*=*z*  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от нового базиса к старому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) В этом базисе ровно один собственный вектор этого оператора.

(С) В этом базисе ровно два собственных вектора этого оператора.

(D) Число 4 является собственным числом этого оператора..

14. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 3А обязательно является число

A) 3*λ* B) *λ* /3 C) *λ* – 3 D) 3*λ* – 2

15.Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 6, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 3? Укажите все возможные варианты.

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) –1 D) 2

17. Число –4 является собственным числом кратности 1 для оператора А в пятимерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A +* 4*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) размерность пространства решений равна 1

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 5.

20. Собственные числа самосопряженного оператора обязательно

A) вещественны B) положительны C) имеют модуль 1 D) имеют кратность 1

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов самосопряженного оператора, отвечающих собственным числам 1 и 7. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что операторы А и В – самосопряженные. Что верно?

A) Оператор АВ обязательно самосопряженный.

B) Оператор АВАВ обязательно самосопряженный

С) Оператор А + В обязательно самосопряженный.

D) Оператор АВА обязательно самосопряженный.

25. Запишите матрицу квадратичной формы –4х2 –2ху + у2

26. Квадратичная форма *х*2 – 4*ху* + *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 2*х*2  – 4*ху* +2*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 5 и –5. Тогда уравнение 4*х*2 – 4*ху* + *у*2  =0

описывает

A) пару параллельных прямых B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 26

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 не является линейным?

A) A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора дифференцирования на линейной оболочке функций в базисе из этих функций (в указанном порядке) равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=0, *k*=4 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=4, *k*=0

5. Размерность ядра линейного оператора в пространстве размерности 7 равна 3, тогда размерность его образа равна

A) 5 B) 2 C) 4 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами первый и четвертый базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 – *e*2.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора поворота на 60 градусов вокруг оси OZ?

(А)плоскость *Х*OZ (В)прямая ** (С) прямая *х*=*у*=0 (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от старого базиса к новому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) Этот базис состоит из собственных векторов этого оператора.

(В) Число 1 является собственным числом оператора.

(С) В этом базисе ровно один собственный вектор этого оператора.

(D) В этом базисе ровно два собственных вектора этого оператора.

14.Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 8, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 3? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 2А+E обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ* /2 C) 2*λ* +1 D) 2*λ* – 1

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

17. Число 7 является собственным числом кратности 2 для оператора А в трехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A –* 7*E*) Х = 0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) имеет не более двух линейно независимых решений

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 3.

20. Собственные числа оператора изометрии обязательно

A) вещественны B) лежат внутри единичной окружности C) имеют модуль 1 D) положительны

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов ортогонального оператора, отвечающих различным собственным числам. Какая?

A) B) C) D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А в пространстве размерности 5 – самосопряженный. Что верно?

A) Оператор обязательно имеет тривиальное ядро.

B) Существует 5 попарно ортогональных собственных векторов этого оператора.

С) Существует 5 различных собственных чисел этого оператора.

D) Обязательно существует вектор, для которого уравнение имеет бесконечно много решений.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 2х2 – 8ху + 3у2

26. Квадратичная форма –*х*2 – 4*ху* – 20 *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 3*х*2 +6*ху* +*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 3 и 1. Тогда уравнение 2х2 –2ху + 2у2 =0 описывает

А) эллипс B) гиперболу C) параболу D) одну точку

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 27

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 не является линейным?

A) *φ*(*х*)=  B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора, который каждый вектор *х* заменяет на –*х*, в стандартном базисе ***R***3 равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=2, *k*=4 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=4, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 4 равна 1, тогда размерность его ядра равна

A) 4 B) 3 C) 2 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если второй базисный вектор заменить на разность второго и четвертого?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора 2*e*1 + *e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением *х+у–z*=0?

(А)плоскость *х+у–z*=0 (В)прямая **  (С) прямая 2*х*=2*у*=*z*  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка третьего базисного вектора (D) линейная оболочка второго и третьего базисных векторов

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *В* – матрица перехода от старого базиса к новому, а *D* – матрица линейного оператора в этом новом базисе . Тогда матрица этого оператора в старом базисе равна

A) *D В D* –1 B) *D –*1*В* *D* C) *В D В*–1 D) *В*–1 *D В*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Число 6 является собственным числом оператора.

(С) Первые два базисных вектора являются собственными векторами оператора.

(D) Третий базисный вектор является собственным вектором оператора.

14. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 7, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 4? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 5А обязательно является число

A) 5*λ* B) 5*λ* – 5 C) *λ* + 3 D) *λ* /5

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) –1 B) 1 C) 2 D) 4

17. Число –2 является собственным числом кратности 1 для оператора А в пятимерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A +* 2*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) размерность пространства решений равна 1

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 2.

20. Если собственные вектора самосопряженного оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) имеют разную длину B) ортогональны C) входят в любой базис пространства

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов самосопряженного оператора, отвечающих собственным числам 2 и 4. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А – ортогональный. Что верно?

A) Уравнение имеет единственное решение при любом .

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Количество решений уравнения зависит от .

D) При некотором уравнение имеет бесконечно много решений.

25. Запишите матрицу квадратичной формы 2х2 –2ху + 2у2

26. Квадратичная форма 2*х*2 – 4*ху* + 6*у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к сумме квадратов с помощью метода Лагранжа квадратичную форму *х*2 + 8*ху* –*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 6 и 4. Тогда уравнение 5*х*2  – 2*ху* + 5*у*2 – 5 =0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 28

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 не является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора дифференцирования на линейной оболочке функций в базисе из этих функций (в указанном порядке) равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность ядра линейного оператора в пространстве размерности 6 равна 2, тогда размерность его образа равна

A) 2 B) 3 C) 4 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами третий и второй базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора 3*e*1 + *e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на прямую с уравнением ?

(А)плоскость *х –у –z* =0 (В)плоскость 2*х+ у – 3z=* 0 (С) прямая 2*х* = *у* = 3*z*  (D) прямая *х = у = –z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от нового базиса к старому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Число 2 является собственным числом оператора.

(С) В этом базисе ровно один собственный вектор данного оператора.

(D) Этот оператор диагонализуем..

14. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 4, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 2? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 2А +E обязательно является число

A) 2*λ* B) *λ*/2 C) 2*λ +* 1 D) *λ* + 2

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) –1 B) 2 C) 4 D) 8

17. Число 0 является собственным числом кратности 2 для оператора А в трехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений *A*Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) размерность пространства решений не больше чем 2 D) не имеет решений

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 5.

20. Собственные числа самосопряженного оператора обязательно

A) вещественны B) положительны C) имеют модуль 1 D) различны

21. Если А – матрица ортогонального оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов оператора изометрии, отвечающих различным собственным числам. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Известно, что оператор А в пространстве размерности 3 – самосопряженный. Что обязательно верно?

A) Уравнение имеет единственное решение при любом .

B) Все собственные числа оператора А различны.

С) Существует ортогональный базис из собственных векторов.

D) Оператор имеет нетривиальное ядро.

24. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

25. Запишите матрицу квадратичной формы 4*х*2 – 4*ху* + *у*2

26. Квадратичная форма –3*х*2 – 4*ху* – 8 *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 2*х*2 – 4*ху* +*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 0 и 5. Тогда уравнение 4*х*2 – 4*ху* + *у*2 – 2х =0

описывает

A) прямую B) гиперболу C) параболу D) эллипс

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В)

Вариант 29

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)= B) *φ*(*х*)= C) *φ*(*х*)= D)  *φ*(*х*)=

2. Матрица оператора ортогонального проектирования на плоскость XOZ в стандартном базисе равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б)Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=2, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 4 равна 3, тогда размерность его ядра равна

A) 1 B) 2 C) 3 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если к шестому базисному вектору прибавить четвертый?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 + *e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением *х+у–z*=0?

(А)плоскость *х+у–z*=0 (В)прямая *х=у=–z* (С) прямая 2*х*=2*у*=*z*  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

11. – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от старого базиса к новому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) Число 1 является корнем характеристического многочлена этого оператора.

(С) Число 2 является собственным для этого оператора.

(D) Этот базис состоит из собственных векторов оператора.

14. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 6, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 2? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора А +3E обязательно является число

A) 3 B) *λ*/3 C) *λ +* 3 D) 3*λ*

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) –1 C) 2 D) –3

17. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

18. Число –2 является собственным числом кратности 2 для оператора А в пятимерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A +* 2*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) размерность пространства решений не больше чем 2

C) не имеет решений D) имеет два линейно независимых решения

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 4.

20. Если собственные вектора ортогонального оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) могут быть коллинеарны В) имеют разную длину C) линейно зависимы D) ортогональны

21. Если А – матрица самосопряженного оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов ортогонального оператора, отвечающих собственным числам. Какая?

A)B)C)

D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей самосопряженного оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А в четырехмерном пространстве – самосопряженный. Что верно?

A) Оператор переводит ортогональные вектора в ортогональные.

B) Оператор может иметь 3 различных собственных числа.

С) Существует 4 попарно ортогональных собственных вектора этого оператора.

D) Если , то обязательно .

25. Запишите матрицу квадратичной формы 3х2 – 8ху + 12у2

26. Квадратичная форма –*х*2 – 4*ху* +6 *у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 2*х*2 *–* 6*ху* – 2*у*2

28. Матрица имеет собственные числа 5 и –5. Тогда уравнение 4*х*2 +6*ху* –4*у*2 – 6=0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару параллельных прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 

Вариант 30

1. *х*1, *х*2 и *х*3 – координаты вектора в ***R***3. Какое из следующих преобразований *φ*(*х*) в ***R***3 является линейным?

A) *φ*(*х*)=  B) *φ*(*х*)=  C) *φ*(*х*)=  D)  *φ*(*х*)= 

2. Матрица оператора дифференцирования на пространстве многочленов степени не выше второй в базисе из функций и 1 (в указанном порядке) равна

(А)  (В) (С)**(D) **

3. Матрица  – это матрица линейного оператора в пространстве ***R***4.

а) Чему равна размерность ядра этого оператора?

б)Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?

(А)  (В) (С)**(D) **

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(А) (В)  (С)  (D) 

4.– матрица линейного оператора. Тогда размерность *m* его ядра и размерность *k* его образа равны

(А) *m=k*=4 (В) *m*=1, *k*=3 (С) *m*=2, *k*=2  (D) *m*=3, *k*=1

5. Размерность образа линейного оператора в пространстве размерности 5 равна 1, тогда размерность его ядра равна

A) 1 B) 4 C) 5 D) невозможно определить

6. Как изменится матрица оператора, если поменять местами первый и четвертый базисные вектора?

7. Матрица оператора в базисе *e*1, *e*2, *e*3 имеет вид . Найдите образ вектора *e*1 – 2*e*3.

8. Какое из следующих подпространств пространства ***R***3 не инвариантно относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением *х–у–z*=0?

(А)плоскость *х–у–z*=0 (В)прямая **  (С) прямая *х*=2*у*=2*z*  (D) прямая *х=у=z*

9. Матрица оператора *А* имеет вид . Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?

(А)линейная оболочка первого базисного вектора (В)линейная оболочка второго базисного вектора

(С) линейная оболочка первых двух базисных векторов (D) линейная оболочка третьего базисного вектора

10. Какой из следующих векторов принадлежит ядру линейного оператора с матрицей ?

A)  B)  C)  D) 

11.  – матрица линейного оператора в некотором базисе. Тогда его матрица в базисе из собственных векторов может иметь вид

A)  B)  C)  D) 

12. *А* – матрица линейного оператора в некотором базисе, *В* – матрица перехода от нового базиса к старому. Тогда матрица этого оператора в новом базисе равна

A) *АВА*–1 B) *А–*1*В*А C) *ВАВ*–1 D) *В*–1*АВ*

13. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид . Что верно?

(А) В этом базисе нет собственных векторов этого оператора.

(В) В этом базисе ровно два собственных вектора данного оператора.

(С) Число 3 является собственным для этого оператора.

(D) Второй базисный вектор является собственным вектором оператора.

14. Сколько различных собственных чисел может иметь оператор в пространстве размерности 5, если известно, что одно из собственных чисел имеет кратность 2? Укажите все возможные варианты.

15. Число *λ* является собственным числом оператора А, тогда собственным числом оператора 3А+2E обязательно является число

A) 2 B) *3* C) *λ +* 2 D) 3*λ* + 2

16. Вектор  является собственным вектором оператора с матрицей *А*=. Этот вектор отвечает собственному числу

A) 1 B) 2 C) –1 D) 2

17. Число 7 является собственным числом кратности 2 для оператора А в трехмерном пространстве. Какое утверждение о системе уравнений (*A –* 7*E*) Х=0 обязательно верно?

A) имеет единственное решение B) имеет два линейно независимых решения

C) не имеет решений D) имеет не более двух линейно независимых решений

18. Какой из следующих векторов является собственным для оператора с матрицей?

A)  B)  C)  D) 

19. Приведите пример ортогональной матрицы порядка 3.

20. Если собственные вектора самосопряженного оператора отвечают различным собственным числам, то они

A) ортогональны B) имеют разную длину

C) линейно зависимы D) их сумма тоже является собственным вектором

21. Если А – матрица ортогонального оператора в евклидовом пространстве, записанная в ортонормированном базисе, то

A)  B)  C)  D) 

22. Среди следующих пар векторов только одна может быть парой собственных векторов отвечающих собственным числам 2 и 5 самосопряженного оператора. Какая?

A)  B) C)  D) 

23. Какая из следующих матриц может быть матрицей ортогонального оператора в ортонормированном базисе?

A)  B)  C)  D) 

24. Известно, что оператор А – ортогональный. Что верно?

A) Если вектора  и имеют равные длины, то и вектора  и имеют равные длины.

B) Существует, при котором уравнение не имеет решения.

С) Ядро оператора состоит из нулевого вектора.

D) При некотором уравнение имеет бесконечно много решений

25. Запишите матрицу квадратичной формы 2х2 – 6ху + 3у2

26. Квадратичная форма *х*2 – 4*ху* + 8*у*2 является

A) положительно определенной B) отрицательно определенной C) неопределенной

27. Приведите к диагональному виду с помощью метода Лагранжа квадратичную форму 3*х*2 +6*ху* +*у*2

28. Матрица  имеет собственные числа 4 и –6. Тогда уравнение 3*х*2 +6*ху* –5*у*2 =0 описывает

A) эллипс B) гиперболу C) параболу D) пару пересекающихся прямых

29. Как называются поверхности, заданные этими уравнениями? Изобразите эскизы этих поверхностей.

А) В) 